

△△△

ثانيا حساب المثلثات :- (الفصل الثالث قياس الزاوية) ٠٠

تعريف الزاوية الموجهة : هي اتحاد زوج مرتب من شعاعين لهما نقطة بداية واحدة

حيث يسمى الشعاعين ضلعي الزاوية ، نقطة البداية رأس الزاوية .

مثل > أ و ب ضلعاها (و أ ، و ب) ، و أ ضلع ابتدائي ، و ب ضلع نهائي

* القياس الموجب للزاوية الموجهة :

إذا كان الإتجاه من الضلع الابتدائي إلى الضلع النهائي عكس عقارب الساعة .

* القياس السالب للزاوية الموجهة :

إذا كان الإتجاه من الضلع الابتدائي إلى الضلع النهائي مع عقارب الساعة .

* الوضع القياسي للزاوية الموجهة : إذا كان ضلعاها الابتدائي هو محور السينات و رأسها نقطة الأصل

ملاحظات هامة :- [١] الزاوية الموجهة أ و ب \neq الزاوية الموجهة ب و أ

[٢] لكل زاوية موجهة في وضعها القياسي قياسان أحدهما موجب و الآخر سالب بحيث يكون

مجموعهما العددي ٣٦٠ °

مثال : (١٢٠ ، - ٢٤٠) / (١٥٠ ، - ٢١٠) // (٣٠٠ ، - ٦٠)

طرق قياس الزاوية :- (القياس الستيني و القياس الدائري) ٠٠٠

أولاً القياس الستيني :- وحدة قياسه هي الدرجات والدقائق والثواني بحيث ١° = ٦٠' ، ١' = ٦٠''

ملاحظات هامة جداً ٠٠

(١) ينقسم المستوي إلى أربعة أرباع كما هو موضح

(٢) الزوايا المتكافئة : هي الزوايا التي لها ضلع

نهائي واحد .

و تكون الزوايا التي تكافئ

$$360^\circ \times n + \theta = \theta$$

أي نجمع أو نطرح ٣٦٠ للحصول على زوايا متكافئة

(٣) لمعرفة الربع الذي تقع فيه الزاوية لابد و أن تكون موجبة و محصورة في [٠ ، ٣٦٠]

مثال : حدد الربع الذي تقع فيه الزوايا الآتية ثم أوجد زاوية مكافئة لكل منها ؟

(١) ٤٤٠° (٢) ١٤٠° (٣) ٨٤٠° (٤) ٤٠٠° (٥) ٥ / ط

الحل :- (١) ٤٤٠° = ٤٤٠° - (٣٦٠°) = ٨٠° تقع في الربع الأول ، ، ٤٤٠° تكافئ ٨٠°

(٢) ١٤٠° = ١٤٠° + ٣٦٠° = ٥٠٠° تقع في الربع الثالث ، و تكافئ ٢٢٠°

(٣) ٨٤٠° = ٨٤٠° - (٣٦٠° \times ٢) = ١٢٠° تقع في الربع الثاني و تكافئ ١٢٠°

(٤) ٤٤٠° = ٤٤٠° - (٣٦٠° \times ٢) = ١٢٠° تقع في الربع الرابع و تكافئ ٣٢٠°

(٥) ٥ / ط = ٥ / ١٨٠ = ٥ / ٣٦ = ٣٦° تقع في الربع الأول و تكافئ ٣٦° + ٣٦٠° = ٣٩٦°

١/ عطية ممدوم الصعيدي

❁ **ثانياً القياس الدائري :-** القياس الدائري لزوايا مركزية تحصر قوس طوله ل في دائرة طول نصف قطرها نق هو هـ = $\frac{ل}{نق}$ ← ل = هـ × نق ، ، نق = هـ [Δ Δ Δ]

تعريف الزاوية النصف قطرية :- هي زاوية مركزية تحصر قوس طول = طول نصف قطر الدائرة .
مثال ١: زاوية مركزية في دائرة طول نصف قطرها ١٥ سم تحصر قوس طوله ٢٥ سم - أوجد قياسها بالتقدير الدائري ؟

الحل :- ل = ٢٥ ، نق = ١٥ سم ∴ هـ = $\frac{ل}{نق} = \frac{٢٥}{١٥} = ١٥٦٦^\circ$

(٢) زاوية مركزية قياسها ١٥٢° تحصر قوس طوله ١٢ سم أوجد طول نصف قطر هذه الدائرة ؟
الحل :- هـ = ١٥٢° ، ل = ١٢ سم ∴ نق = $\frac{ل}{هـ} = \frac{١٢}{١٥٢} = ١٠$ سم

(٣) زاوية مركزية قياسها ٢٠٢° في دائرة طول نصف قطرها ١٥ سم أوجد طول القوس الذي تحصره ؟
الحل :- هـ = ٢٠٢° ، نق = ١٥ سم ∴ ل = هـ × نق = ٢٠٢ × ١٥ = ٣٠٣ سم

(٤) زاوية مركزية تحصر قوس طوله ٢٠ سم في دائرة محيطها ٤٤ سم أوجد قياسها الدائري ؟
الحل :- ل = ٢٠ سم ، محيط الدائرة = ٢ ط نق ∴ ٤٤ = ٢ × (٧ / ٢٢) × نق ← نق = ٧ سم
∴ هـ = $\frac{ل}{نق} = \frac{٢٠}{٧} = ٢٨٦^\circ$ #

العلاقة بين التقديرين الدائري و الستيني :-
← هـ = $\frac{ل}{نق}$ ، ، سن = $\frac{ل}{ر}$ ***
 $\frac{هـ}{ط} = \frac{سن}{١٨٠}$

مثال ٥: أوجد القياس الدائري للزاويا الآتية [٢٢٥° ، ، ٢٤٠° ، ، ٤٢٠° ، ، ٥ / ط]
الحل :- سن = ٢٢٥° ∴ هـ = $\frac{سن}{١٨٠} \times ط = \frac{٢٢٥}{١٨٠} \times ط = ٣٠٩^\circ$ لاحظ أن ط = ٧ / ٢٢

** ∴ سن = ٢٤٠° - ٢٤٠° = ٣٦٠° ∴ هـ = $\frac{١٢٠}{١٨٠} \times ط = ٢٠١^\circ$

** ∴ سن = ٣٦٠° - ٤٢٠° = ٦٠° ∴ هـ = $\frac{٦٠}{١٨٠} \times ط = ١٠٤٧^\circ$

** ∴ سن = ٥ / ط = ٥ ÷ ١٨٠ × ٤ = ١٤٤° ∴ هـ = $\frac{١٤٤}{١٨٠} \times ط = ٢٥٥^\circ$ #

(٦) أوجد القياس الستيني لكل من ١٥ ط / ١٦° ، ، ١٥ ط / ١٦°
الحل :- هـ = ١٥ ط / ١٦° ∴ سن = $\frac{١٥}{١٦} \times ١٨٠ = ٦٣^\circ$

** ، ∴ هـ = ١٥ ط / ١٦° ∴ سن = $\frac{١٦}{١٥} \times ١٨٠ = ١٩٢^\circ$

١/ عطية ممدوم الصعيدي

Δ Δ Δ

(٧) زاوية مركزية تحصر قوس طوله ٢٨ سم في دائرة طول قطرها ٢٤ سم .
- أوجد قياسها الدائري و الستيني ؟

الحل:- ل = ٢٨ سم ، نق = ٢/٢٤ = ١٢ سم ∴ ه = ٦ = ١٢ / ٢٨ = ٢ و ٣

$$۱۳۳^\circ/۴۵ = ۱۳۳و۷۵ = ۱۸۰ \times \frac{۲۹۳}{ط} = ۱۸۰ \times \frac{هـ}{ط} = س،$$

(٨) أوجد طول القوس المقابل لزاوية مركزية قياسها ١٤٠° في دائرة طول نصف قطرها ١٠ سم

الحل:- سن = ۱۴۰ ۰ ∴ هـ = $\frac{ط \times سن}{۱۸۰} = \frac{ط \times ۱۴۰}{۱۸۰}$ ۲و۴۴ =
 ∴ ل = هـ × نق = ۱۰ × ۲و۴۴ = ۲۴۸ سم

(٩) Δ أ ب ج فيه ق ($> ب$) = ١٢ و ١ = ق ($> ج$) = ٥٠
أوجد ق ($> أ$) بالتقديرين الدائري و الستيني ؟

الحل:- ق (> ب) = $\frac{ب \times ١٨٠}{ط} = \frac{١٨٠ \times ١٧٢}{ط} = ٦٨٧$

∴ ق(أ) = ١٨٠ - (٥٠ + ٦٨ و ٧) = ٦١ و ٣ ← الستيني

$$١٩٠٧ = \frac{٦١٣ \times ٣}{١٨} = \frac{١ \times ٣}{١٨} = ١,$$

(١٠) دائرة م ، أ ، ب نقطتان عليها بحيث $ق(أ م ب) = ٩٨^\circ$ ، ، م أ = ٥ سم إحسب طول أ ب ؟

الحل:- ∴ ق(أ م ب) = ٩٨ ∴ سن = ٩٨ ، ∴ م أ = ٨ سم ∴ نق = ٨ سم
∴ هـ = $\frac{سن \times ط}{١٨٠} = \frac{٩٨ \times ط}{١٨٠}$ ∴ ١٧٠ =

∴ ل = هـ × نق = ١٧ × ٥ = ٨٥ سم ∴ طول أب = ٨٥ سم #

(١١) Δ أ ب ج النسبة بين قياسات زواياه ٣ : ٤ : ٥ أوجد القياس الستيني و الدائري لـ \angle ج

الحل:- $\therefore > أ : > ب : > ج = ٣ : ٤ : ٥$

∴ نفرض أن $ق(أ) = ك٣$ ، $ق(ب) = ك٤$ ، $ق(ج) = ه٥$ ك

$$\therefore ١٨٠ = ١٢٠ + ٦٠ = ١٢٠ + ٤٠ + ٢٠ = ١٢٠ + ٤٠ + ٢٠ + ٠ = ١٨٠$$

∴ ق (> ج) = ٥ ك = ٥ × ١٥ = ٧٥ ° : القياس الستيني

$$\# \quad ١٣٠ = \frac{ط \times ٧٥}{١٨٠} = \frac{ط \times \frac{٥}{٢}}{١٨٠} = \frac{٥}{٢} ط \therefore$$

(١٢) أوجد بدلالة θ طول القوس الذي تحصره زاوية مركزية قياسها 100° في دائرة طول نصف قطرها ٧ سم

الحل:- ∴ سن = ۱۰۰ ° ∴ هـ = $\frac{سن \times ط}{۱۸۰} = \frac{ط \times ۱۰۰}{۱۸۰} = \frac{۵}{۹} ط$

$\frac{٣٥}{٩} ط = ٧ \times ط \frac{٥}{٩} = نق \times هء = ل .\therefore$

تمرين قياس الزاوية :-

△△△

- (١) حدد الربع الذي تقع فيه الزوايا الآتية ٥٧° ، ٢٢٠° ، ٥٠٠° ، ٥١٠° ، ٦٠° ، ٣٠٠° ،
 (٢) أوجد زاويتين تكافئ كل زاوية مما يأتي: ٦٥° ، ١٠٠° ، ١٤٠° ، ١٥٠° ، ١٨٠°
 (٣) أحمّل ما يأتي

- (أ) الزاوية التي قياسها ١٢٠° يكون قياسها السالب هو و تقع في الربع
 (ب) الزاوية التي قياسها ٣٠٠° قياسها الموجب = و تقع في الربع
 (ج) الزاوية التي قياسها ٤٥° تكافئ زاوية موجبة قياسها و تكافئ زاوية سالبة قياسها

(٥) أوجد التقدير الدائري للزاوية المركزية التي تحصر قوس طوله ٢٠ سم في دائرة طول نصف قطرها ١٢ سم

- (٦) زاوية مركزية في دائرة طول قطرها ٣٠ سم تقابل قوس طوله ٤٥ سم أوجد قياسها الدائري ؟
 (٧) أوجد طول القوس المقابل لزاوية مركزية قياسها ٢٠٢° في دائرة طول نصف قطرها ٢٠ سم
 (٨) زاوية مركزية قياسها ٢° و تقابل قوس طوله ١٥ سم أوجد طول نصف قطر دائرتها .

(٩) أوجد القياس الدائري للزوايا الآتية :

- (أ) ٦٠° ، (ب) ٢٠٠° ، (ج) ١٦٠° ، (د) ٦٠٠° ، (هـ) $\frac{٥٠}{٩}$ ط

(١٠) أوجد التقدير الستيني للزوايا الآتية

- (أ) ١٣° (ب) ٤° (ج) ٧٢° ط (د) ٢٠٢° (هـ) $\frac{٣}{٢}$ ط

(١١) دائرة طول نصف قطرها ١٠ سم . أوجد القياس الدائري و الستيني للزاوية المركزية التي تقابل قوس طوله ١٥ سم ؟

(١٢) زاوية مركزية قياسها ١٢٠° في دائرة طول نصف قطرها ١٥ سم أوجد طول القوس المقابل لهذه الزاوية ؟

(١٣) زاوية مركزية قياسها ١٠٤° ، تحصر قوس طوله ٢٥ سم
 - أوجد طول نصف قطر دائرتها و أوجد قياسها بالتقدير الستيني ؟

(١٤) △ أ ب ج فيه ق(أ) = ٧٠° ، ق(ب) = ١٣°
 - أوجد ق(ج) بالتقدير الستيني و الدائري .

(١٥) أحمّل ما يأتي

(أ) الزاوية النصف قطرية هي

(ب) $\frac{س}{هـ} = \frac{.....}{.....}$

تعريف : إذا كان الضلع النهائي لزاوية موجهة في الوضع القياسي

يقطع دائرة الوحدة في النقطة (س ، ص) فإن

$$(1) \text{ جا هـ} = \text{ص} , (2) \text{ جتا هـ} = \text{س} , (3) \text{ ظا هـ} = \frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{جتا هـ}}{\text{جا هـ}}$$

و تسمى هذه الدوال الثلاثة بالدوال المثلثية الأساسية . .

مقلوبات الدوال المثلثية :-

$$(1) \text{ قتا هـ} = \frac{1}{\text{ص}} = \frac{1}{\text{جا هـ}} \quad (2) \text{ قا هـ} = \frac{1}{\text{س}} = \frac{1}{\text{جتا هـ}} \quad (3) \text{ ظتا هـ} = \frac{\text{ص}}{\text{س}} = \frac{\text{جتا هـ}}{\text{جا هـ}}$$

مثال ١: إذا كان الضلع النهائي لزاوية (هـ) في وضعها القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة (٦ ، ٨) - أوجد الدوال المثلثية لهذه الزاوية ؟

الحل :- جا هـ = ص = ٨ ، جتا هـ = س = ٨ ، ظا هـ = ص / س = ٨ / ٨ = ١

ملاحظات هامة :- [١]

[إشارات الدوال المثلثية] كما هو مبين في الشكل و يجب قبل تحديد إشارة الدالة المثلثية تحديد الربع

مثال ٢: حدد إشارات الدوال الآتية

جا ٦٠ ، جتا ٢٤٠ ، ظا ٢١٠ ، قا ٣٠٠
جتا ١٥٠ ، ظا ٣٠

الحل :-

٦٠ تقع في الربع الأول .: جا ٦٠ (+)

٢٤٠ تقع في الربع الثالث .: جتا ٢٤٠ (-)

٢١٠ تقع في الربع الثالث .: ظا ٢١٠ (+) ، ، ٣٠٠ في الربع الرابع .: قا ٣٠٠ (+)

١٥٠ تقع في الربع الثاني .: جتا ١٥٠ (-) ، ، ٣٠٠ في الربع الرابع .: ظا ٣٠٠ (-)

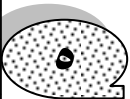
[٢] إذا كان الضلع النهائي للزاوية الموجهة في وضعها القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة

(س ، ص) فإن $\text{س}^2 + \text{ص}^2 = ١$ ** [من نظرية فيثاغورس]

مثال ٣: إذا كان الضلع النهائي لزاوية هـ في وضعها القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة (س ، ٣/٥) فأوجد قيمة س حيث س > ٠ ثم أوجد جا هـ ، ظا هـ ، قا هـ

$$\text{الحل :-} \text{س}^2 + \text{ص}^2 = ١ \therefore \text{س}^2 + \left(\frac{٣}{٥}\right)^2 = ١ \Rightarrow \text{س}^2 = ١ - \frac{٩}{٢٥} = \frac{١٦}{٢٥} \therefore \text{س} = \frac{٤}{٥} \therefore \text{النقطة هي } \left(\frac{٤}{٥}, \frac{٣}{٥}\right)$$

$$\therefore \text{جا هـ} = \frac{٣}{٥} , \text{ظا هـ} = \frac{٤}{٣} \div \frac{٣}{٥} = \frac{٤}{٣} , \text{قا هـ} = \frac{٤}{٥} \div \frac{٤}{٥} = ١$$



(٤) إذا كان الضلع النهائي لزاوية > أ و ب في وضعها القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة (٦و، ص)
 فأوجد قيمة ص حيث ص > ح . - ثم أوجد ظا أ و ب ، ، قتا أ و ب
الحل:- ∴ س = ص + ١ ∴ (٦و) = ص + ١ ← ٣٦و + ص = ١ ∴ ص = ١ - ٣٦و
 ص = ١ - ٣٦و ∴ ص = ٨و (مرفوض) أ، ص = ٨و ∴ النقطة هي (٦و، - ٨و)
 ∴ ظا أ و ب = - ٨و ÷ ٦و = - ٤ / ٣ ، قتا أ و ب = ١ - ٨و = - ٤ / ٥ #

(٥) إذا كان الضلع النهائي لزاوية هـ في وضعها القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة (٢س ، س) فأوجد قيمة س الموجبة - ثم أوجد جـ هـ ، قـ هـ

[illegible]

تمرین :-

(١) حدد إشارات الدوال المثلثية الآتية .

جا ۱۱۰ ، جتا ۲۱۰ ، ظا ۳۱۵ ، قا ۴۵ ، ظا - ۳۰۰ ، قتا ۵۰۰ ، ظتا ۴۲۰

(٢) إذا كانت $s^e = ٢٤$ فاجد $ق(س)$ بالتقدير الستيني ثم حدد إشارة $جاس$ ، $جتاس$ ، $ظاس$

(٣) إذا كان الضلع النهائي لزاوية هـ في وضعها القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة (٨ و ، ص) فأوجد قيمة ص حيث $\angle \text{ح} + \text{هـ}$ ثم أوجد الدوال المثلثية لزاوية هـ

(٤) إذا كان الضلع النهائي لزاوية هـ في وضعها القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة (س، $\frac{1}{2}$) فأوجد قيمة س الموجبة ثم أوجد ظا هـ ، جا هـ ، قنا هـ

(٥) إذا كان الضلع النهائي لزاوية هـ في وضعها القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة (س ، ٣س) فأوجد قيمة س الموجبة ثم أوجد جتا هـ ، جا هـ ، ظا هـ .

(٦) إذا كان الضلع النهائي لزاوية هـ في وضعها القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ فأوجد قيمة \sin السالبة - ثم أوجد الدوال المثلثية لزاوية هـ

(٧) إذا كانت جتا هـ = $\frac{4}{5}$ حيث $0 < \text{هـ}$ حادة فأوجد الدوال المثلثية لـ 2هـ ؟

(٨) إذا كان الضلع النهائي لزاوية هـ في وضعها القياسي يقطع دائرة الوحدة في النقطة (س ، س) فأوجد قيمة س حيث $s < 0$ - ثم أوجد الدوال المثلثية لزاوية هـ

Δ Δ Δ

الدوال المثلثية للزوايا الخاصة :-

الدوال المثلثية لبعض الزوايا الخاصة

الدالة / الزاوية	٣٠	٤٥	٦٠	٩٠	١٨٠	٢٧٠	٣٦٠, صفر
جا	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	١	صفر	١ -	صفر
جتا	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	صفر	١ -	صفر	١
ظا	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	١	$\sqrt{3}$	غير معرف	صفر	غير معرف	صفر

مثال: بدون استخدام الآلة أوجد قيمة 2 كلاً مما يأتي .

(١) جا ٣٠ جتا ٦٠ + جا ٩٠ - جتا ٤٥ (٢) جتا ٣٠ ظا ٦٠ + جا ٤٥ - جتا ١٨٠

الحل :-

(١) المقدار = $\frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}} + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) - \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ لاحظ أن جتا هـ = (جتا هـ)

(٢) المقدار = $\frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) - (١) = \frac{3}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} - ١ = ١ + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{3}{2} = ٣ + \frac{1}{\sqrt{2}}$ #

(٣) جتا ٩٠ + جتا ٢٧٠ + جتا ١٨٠ + جتا ٤٥

الحل :- المقدار = $٠ + ٠ + ١ + \frac{1}{\sqrt{2}} = ١ + \frac{1}{\sqrt{2}}$

(٤) ظا ٦٠ - قا ٦٠ + جا ٩٠ + جا ٤٥ جتا ٤٥

الحل :- المقدار = $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + ١ + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = ١ + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

(٥) إثبات أن جا ٣٠ جتا ٦٠ + جتا ٣٠ جا ٦٠ = جا ٩٠

الحل :- الطرف الأيمن = $\frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{3}} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{3}} = ١$ ، جا ٩٠ = ١ متساويان

تمرين :- (I) بدون الآلة أوجد قيمة كلاً مما يأتي

(١) ٣ جا ٣٠ ظا ٤٥ - ٢ قا ٤٥ - ظا ٦٠ (٢) ٢ جا ٣٠ + جا ٦٠ - ظا ٤٥ × جتا ١٨٠

(٣) قا ٦٠ - جا ٤٥ + جا ٢٧٠ (٤) $\frac{\text{ظا } ٦٠ - \text{ظنا } ٤٥}{\text{قا } ٣٠ - \text{قتا } ٤٥}$

(II) إثبات أن ***

(٥) جتا ٣٠ جتا ٦٠ - جا ٣٠ جا ٦٠ = جتا ٩٠ (٦) ٢ جا ٣٠ جتا ٣٠ = جا ٦٠ جتا ١٨٠

(٧) $\frac{٢ \text{ ظا } ٣٠ - ١}{٣٠ \text{ ظا } ١} = ٦٠ \text{ ظا } ١$ (٨) جا ٩٠ = ٢ جا ٤٥ جتا ٤٥ + ٣ جتا ٢٧٠

(٩) قتا ٦٠ ظنا ٣٠ ظا ٦٠ = ٢ قا ٤٥ جتا ٤٥ (١٠) جتا ٦٠ جتا ٣٠ + جتا ١٨٠

بعض خواص الدوال المثلثية :- [١] الدوال المثلثية للزاويتين المتتامتين هـ ، ٩٠- هـ]

$$(١) \text{ جا هـ} = \text{جتا } (٩٠ - \text{هـ}) \quad (٢) \text{ جتا هـ} = \text{جا } (٩٠ - \text{هـ}) \quad (٣) \text{ ظا هـ} = \text{ظتا } (٩٠ - \text{هـ})$$

$$\text{بالمثل : قتا هـ} = \text{قا } (٩٠ - \text{هـ}) \quad ، ، \text{ قا هـ} = \text{قتا } (٩٠ - \text{هـ})$$

ملاحظة : إذا كان جا س = جتا ص فإن س + ص = ٩٠ ° و بالمثل باقي الدوال

$$\text{مثال ١ :- جا } ٣٢ = \text{جتا } ٥٨ ° ، \text{ ظتا } ٢٠ = \text{ظا } ٧٠ ، ، \text{ قا } ٦٥ = \text{قتا } ٢٥ ،$$

$$(٢) \text{ إذا كانت جتا } (س + ٢٥) = \text{جا } (٢ - س - ١٠) \text{ فأوجد قيمة س حيث } س \in [٠ , ٢\pi]$$

$$\text{الحل :-} \therefore \text{ جتا } (س + ٢٥) = \text{جا } (٢ - س - ١٠) \therefore \text{ جا } (٢ - س - ١٠) = \text{جتا } (س + ٢٥) \therefore \text{ جا } (١٠ - س) = \text{جتا } (١٠ - س) \therefore ٩٠ = ١٠ - س$$

$$\therefore ٩٠ = ١٥ + س \quad \leftarrow \text{ جا } ٩٠ = ١ \quad \therefore ٧٥ = س \therefore \text{ جا } ٢٥ = ١$$

$$(٣) \text{ إذا كانت ظا } (س + ٣) = \text{ظا } (١٠ - س) \text{ فأوجد قيمة س بالتقدير الدائري ؟}$$

$$\text{الحل :-} \therefore \text{ ظا } (س + ٣) = \text{ظا } (١٠ - س) \therefore \text{ ظا } (١٠ - س) = \text{ظا } (١٠ - س) \therefore ٩٠ = ١٠ - س + ٣ \therefore ٩٠ = ١٣ - س$$

$$\therefore ٩٠ = ١٠ + س \quad \leftarrow \text{ ظا } ٩٠ = ١ \therefore ٨٠ = س \therefore \text{ ظا } ٢٠ = ١$$

$$\therefore \text{ س} = \frac{\text{س} \times \text{ظا}}{١٨٠} = \frac{٢٠ \times \text{ظا}}{١٨٠} = \frac{٣٥}{١٨٠} \therefore \text{ س} = ٣٥$$

$$(٤) \text{ إذا كانت قا } ٢٥ = \text{قتا } (٣ - هـ - ٦٠) \text{ فأوجد قيمة هـ ثم أوجد قيمة المقدار جا هـ} + ٢ \text{ جتا هـ} + ٣ \text{ جا هـ}$$

$$\text{الحل :-} \therefore \text{ قا } ٢٥ = \text{قتا } (٣ - هـ - ٦٠) \therefore \text{ قتا } (٣ - هـ - ٦٠) = \text{قا } ٢٥ \therefore ٩٠ = ٦٠ - هـ + ٣ \therefore ٩٠ = ٦٣ - هـ \therefore ٢٧ = هـ$$

$$\therefore \text{ المقدار} = \text{جا } ٣٠ + ٢ \text{ جتا } ٦٠ + ٣ \text{ جا } ٩٠ = ١ + \frac{١}{٢} \times ٢ + \frac{١}{٢} \times ٢ = ٢ \quad @$$

$$(٥) \text{ إذا كانت ظا } (س + ٢) = \text{ظتا } (٣٦ + س) \text{ فأوجد قيمة س ثم إثبت أن جا } ٢ = \text{جتا } ٢ = ١$$

$$\text{الحل :-} \therefore \text{ ظا } (س + ٢) = \text{ظتا } (٣٦ + س) \therefore \text{ ظتا } (٣٦ + س) = \text{ظا } (س + ٢) \therefore ٩٠ = ٣٦ + س + ٢ \therefore ٩٠ = ٣٨ + س \therefore ٥٢ = س$$

$$\therefore \text{ س} = ٥٢ \quad \leftarrow \text{ ظا } ٩٠ = ١ \quad \therefore \text{ س} = ١٥ \quad \# \therefore \text{ المقدار} = \text{جا } ١٥ \times ٢ + \text{جتا } ١٥ \times ٢ = ٣٠ + ٣٠ = ٦٠ \therefore \text{ جا } ١٥ = \frac{١}{٢} \therefore \text{ جتا } ١٥ = \frac{\sqrt{٣}}{٢} \therefore ١ = \frac{٣}{٤} + \frac{١}{٤}$$

تمرين :- (١) أعمل ما يأتي

$$(أ) \text{ ظتا } ٥٤ = \text{ظا } ٥٠٠٠٠ \quad (ب) \text{ قا } ٧٥ = \text{قتا } ٥٠٠٠٠ \quad (ج) \text{ جتا } ٥٠ = \text{جا } ٥٠٠٠٠ \quad (د) \text{ جا } ١٧ = ٥٠٠٠٠$$

$$\text{جتا } ٧٣$$

$$(٢) \text{ أوجد قيمة س إذا كان جا س} = \text{جتا } ٢ = \text{س} \text{ ثم أوجد قيمة المقدار } \text{جا س} + ٢ \text{ جتا س} + ٣ \text{ جا س}$$

$$(٣) \text{ أوجد قيمة هـ إذا كان ظا } (س + ٢٥) = \text{ظتا } (٣ - س - ٥)$$

$$(٤) \text{ أوجد قيمة ص بالتقدير الدائري إذا كانت قتا } (٣ - ص) = \text{قا } (٥٠ - ص)$$

$$(٥) \text{ إذا كانت جتا } (س + ٥٠) = \text{جا } (٥٠ - س)$$

$$\text{ - فأوجد قيمة س - ثم أوجد قيمة المقدار } \text{جتا } ٢٧٠ + \text{جتا } ٢٧٠ + \text{ظا } ٤٥$$

$$(٦) \text{ إذا كانت جتا } (س + ٢٠) = \text{جا } (١٠ - س)$$

$$\text{ - فأوجد قيمة س - ثم أوجد قيمة المقدار } \text{جتا } ٢٠ + \text{جتا } ٢٠ + \text{ظا } ٤٥$$

$$\text{ظا } ٤٥$$

$$(٧) \Delta \text{ أ ب ج فيه أ ب} = \text{ب ج} ، \text{ ج أ} = \text{جتا ج} \text{ أوجد قياسات زواياه ؟}$$

تابع الخواص : [٢] الدوال المثلثية للزاويتين المتكاملتين [هـ، ١٨٠-هـ] ٠٠

$$(١) \text{ جا } (١٨٠ - هـ) = \text{ جا } هـ \quad (٢) \text{ جتا } (١٨٠ - هـ) = - \text{ جتا } هـ \quad (٣) \text{ ظا } (١٨٠ - هـ) = - \text{ ظا } هـ$$

[٣] الدوال المثلثية للزاويتين هـ، ١٨٠+هـ ٠٠٠

$$(١) \text{ جا } (١٨٠ + هـ) = - \text{ جا } هـ \quad (٢) \text{ جتا } (١٨٠ + هـ) = - \text{ جتا } هـ \quad (٣) \text{ ظا } (١٨٠ + هـ) = \text{ ظا } هـ$$

[٤] الدوال المثلثية للزاويتين هـ، ٣٦٠-هـ ٠٠٠

$$(١) \text{ جا } (٣٦٠ - هـ) = - \text{ جا } هـ \quad (٢) \text{ جتا } (٣٦٠ - هـ) = \text{ جتا } هـ \quad (٣) \text{ ظا } (٣٦٠ - هـ) = - \text{ ظا } هـ$$

ملاحظات (١) لأيجاد دالة أي زاوية و معرفة قيمتها لابد من تحديد الربع أولاً ثم إختيار زاوية مناسبة من الزوايا ٣٠°، ٤٥°، ٦٠°

$$(٢) \text{ زوايا الربع الثاني هي } ١٥٠ - ١٨٠ = ٣٠ // ١٣٥ - ١٨٠ = ٤٥ // ١٢٠ - ١٨٠ = ٦٠$$

$$(٣) \text{ زوايا الربع الثالث هي } ٢١٠ - ١٨٠ = ٣٠ // ٢٢٥ - ١٨٠ = ٤٥ // ٢٤٠ - ١٨٠ = ٦٠$$

$$(٤) \text{ زوايا الربع الرابع هي } ٣٣٠ - ٣٦٠ = ٣٠ // ٣١٥ - ٣٦٠ = ٤٥ // ٣٠٠ - ٣٦٠ = ٦٠$$

$$(٥) \text{ جا } (- هـ) = - \text{ جا } هـ // \text{ جتا } (- هـ) = \text{ جتا } هـ // \text{ ظا } (- هـ) = - \text{ ظا } هـ$$

مثال: أوجد قيمة $\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$ مما يأتي ٠٠

$$(١) \text{ جتا } ١٢٠ \text{ ظا } ٣١٥ + \text{ جا } ٢٤٠ \text{ ظا } ٣٠٠$$

$$\text{الحل :-} \text{ جتا } ١٢٠ = \text{ جتا } (١٨٠ - ٦٠) = - \text{ جتا } ٦٠ = - \frac{1}{2}$$

$$\text{، ، ظا } ٣١٥ = \text{ ظا } (٣٦٠ - ٤٥) = - \text{ ظا } ٤٥ = - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{، جا } ٢٤٠ = \text{ جا } (١٨٠ + ٦٠) = - \text{ جا } ٦٠ = - \frac{1}{2}$$

$$\text{، ، ظا } ٣٠٠ = \text{ ظا } (٣٦٠ - ٦٠) = - \text{ ظا } ٦٠ = - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \text{المقدار} = \frac{1}{2} \times - \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

(٢) إذا كانت جتا ٣٣٠ ظتا ٢٤٠ + جتا ٢ (١٣٥ -) قتا ٤٥ جا ٩٠ = س فأوجد قيمة س ؟

$$\text{الحل :-} \text{ جتا } ٣٣٠ = \text{ جتا } (٣٦٠ - ٣٠) = \text{ جتا } ٣٠ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{، ظتا } ٢٤٠ = \text{ ظتا } (١٨٠ + ٦٠) = \text{ ظتا } ٦٠ = \frac{1}{2}$$

$$\text{، ، جتا } (١٣٥ -) = \text{ جتا } ١٣٥ = \text{ جتا } (١٨٠ - ٤٥) = - \text{ جتا } ٤٥ = - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \text{المقدار} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} + ٢ \times \frac{1}{2} \times - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{2} = - \frac{\sqrt{3}}{4} = \text{صفر}$$

(٣) أوجد قيمة جتا ٤٨٠ جا ٣٠ ظا ٢٢٥ ٠٠

$$\text{الحل :-} \text{ جتا } ٤٨٠ = \text{ جتا } (١٢٠ + ٣٦٠) = \text{ جتا } ١٢٠ = \text{ جتا } (١٨٠ - ٦٠) = - \text{ جتا } ٦٠ = - \frac{1}{2}$$

$$\text{جا } ٣٠ = \frac{1}{2} \quad \text{، ، ظا } ٢٢٥ = \text{ ظا } (١٨٠ + ٤٥) = \text{ ظا } ٤٥ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \text{المقدار} = - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = - \frac{\sqrt{3}}{8}$$

(٤) إذا كانت جا هـ = جتا ٢ هـ فأوجد قيمة هـ ثم أوجد قيمة المقدار $\frac{قا^2(١٨٠-هـ) + ظ١٣٥}{جا(١٨٠+هـ) جا^2(١٨٠-هـ)}$

الحل:- جا هـ = جتا ٢ هـ

$\therefore 90 = ه2 + ه$ ← $90 = ه3$ $\therefore 30 = ه$ $\therefore 30 = ه$
 \therefore قا (180-ه) = قا ه = قا 30 = $\frac{2}{3}$ ، قا ه = $\frac{4}{3}$
 ، جا (180+ه) = جا ه = جا 30 = $\frac{1}{2}$
 ، جا (180-ه2) = جا ه2 = جا 60 = $\frac{3}{2}$ \therefore جا (180-ه2) = $\frac{3}{4}$
 \therefore المقدار = $\frac{1 - \frac{3}{4}}{\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}} = 9 / 8$

(٥) إذا كانت ظا (س + ٢٠) = ظتا (س - ٢٠) - فأوجد قيمة س ثم - أوجد قيمة المقدار $\frac{\text{جا } ٧٠}{\text{جتا } ٢٠}$

الحل :-

٥٤ : ظا (س + ٢٠) = ظتا (س - ٢٠) .: س + ٢٠ + س - ٢٠ = ٩٠ ← ٢س = ٩٠ .: س = ٤٥
 ، .: جا ٧٠ = جتا ٢٠ .: جا ٧٠ ÷ جتا ٢٠ = ١ لأن مجموعهما ٩٠
 ، قا (١٨٠ - س) = قاس - قاس = قاس ٤٥ - قاس ٢٠ = قاس ١٣٥ = ١ - ٢ ، ظا ١٣٥ = ١ - ٢

تمرین :- (۱) اکمل ما یأتی

- (أ) ١٣٥ = (ب) ظا ١٢٠ = (ج) قا ٣٠٠ =
 (د) إذا كانت جاس = جاص فإن أ،
 (٢) أوجد قيمة المقدار جا ٤٢٠ - جتا ١٢٠ جا (- ٣٩٠)
 (٣) أوجد قيمة المقدار جتا ١٢٠ ظا ٣١٥ + جا ٢٤٠ ظتا ١٢٠ - ظا ١٣٥ جا ٩٠
 (٤) أوجد قيمة المقدار جتا^٢ ١٨٠ + جا ٣٣٠ + جتا ١٢٠ - ظا ٣١٥

(٥) إذا كانت جا ١٥ = جتا (١٥ + هـ) فأوجد قيمة هـ ثم أوجد قيمة المقدار $\frac{\text{جا}^2 \text{هـ} + \text{جتا}^2 (١٨٠ - \text{هـ})}{\text{ظا} ١٣٥ \times \text{جتا} ١٨٠}$

(٦) إذا كان ظا س = ظتا ٢ س - فأوجد قيمة س - ثم أوجد قيمة المقدار
جتا ٢ (٩٠ - س) + جتا ٢ س - جا ٣ س

(٧) إثبت أن جا ١٥٠ جتا ١٢٠ + جا ٦٠ جتا ٣٣٠ = جتا ١٨٠

(٨) أوجد قيمة المقدار = جا ٣١٥ جتا (- ٦٧٥) + قا ٣٠٠ ٠

أوجد مجموعة حل المعادلات الآتية : س د [٢ ، ٠ ط]

(١) ظا س = ١ (٢) ٢ جاس - ١ = صفر (٣) جاس جتاس = صفر

الحل :-

(١) : ظا س = ١ ، : ظا ٤٥ = ١ : س = ٤٥ لكن ظا ه موجبة في الربعين الأول و الثالث
: س = ٤٥ + ١٨٠ = ٢٢٥ ° ← م ح = { ٢٢٥ ، ٤٥ }

(٢) : ٢ جاس = ١ : جاس = ٥ : س = ٣٠ لكن جا ه موجبة في الربعين الأول و الثاني
: س = ١٨٠ - ٣٠ = ١٥٠ ° ← م ح = { ١٥٠ ، ٣٠ }

(٣) : جاس جتاس = ٠ إما جاس = ٠ : س = ١٨٠ ، ٠ ، جتاس = ٠ : س = ٩٠ ، ٢٧٠
: م ح = { ٢٧٠ ، ١٨٠ ، ٩٠ ، ٠ }

(٤) ٢ جتاس + ١ = صفر (٥) جا (١٠ + س٢) = ١ (٦) ٢ جا٢ س + جاس - ١ = ٠
الحل :- (١) جتاس = -٥ : جتا ٦٠ = -٥ : جتا ٦٠ = ٥ : جتا ه سالبة في الربعين الثاني و الثالث
: س = ١٨٠ - ٦٠ = ١٢٠ ، ١٢٠ = ٦٠ + ١٨٠ : س = ٢٤٠ °

(٥) : جا ٩٠ = ١ : س٢ + ١٠ = ٩٠ ← س٢ = ٨٠ : س = ٢٠ °

(٦) بالتحليل : (٢ جاس - ١)(١ + جاس) = ٠ ← جاس = ٥ ، ١ : جاس = -١ : س = ٢٧٠ °
عندما : جاس = ٥ : س = ٣٠ ، ١٥٠ ، عندما : جاس = -١ : س = ٩٠ ، ٢٧٠ °

(٧) حل المعادلة : جا ٦٠ جا ٣٠٠ - جتا ١٢٠ جا (١٥٠ -) جتاس =
الحل :- : جتا ٣٠ = ١/٢ ، جتا ٦٠ = ١/٢ ، جتا ٩٠ = ٠ ، جتا ١٢٠ = -١/٢ ، جتا ١٥٠ = -١/٢ ، جتا ١٨٠ = -١
: جتاس = ١ : س = ١٨٠ °

تمرين : (١) أعمل ما يأتي ..

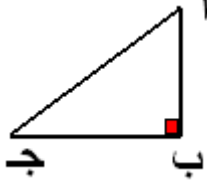
- (أ) إذا كانت ٢ جاس = ١ فإن جتاس = ،
(ب) إذا كانت ظا س = ١ فإن جاس = ،
(ج) إذا كانت جتاس = -٢ فإن قاس = ،

(٢) أوجد مجموعة حل المعادلات الآتية ..

(أ) ٢ جتاس = ١ (ب) ظا س - ١ = صفر
(ج) ٢ جاس - ٣ = صفر (د) ظا (س/٥) = ١

(هـ) جتا٢ س - جتاس = صفر (و) جتا (٣٠ + س٣) - ١ = ٠ @

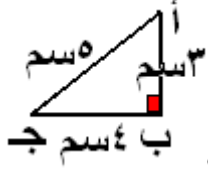
❁ الدوال المثلثية للزوايا الحادة :- في أي Δ أ ب ج قائم في ب



يكون جـ = $\frac{أ}{ب}$ = $\frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}$ ، جتا جـ = $\frac{ب}{ج}$ = $\frac{\text{جوار}}{\text{وتر}}$

- ظا جـ = $\frac{أ}{ب}$ = $\frac{\text{مقابل}}{\text{جوار}}$ ، بالمثل قتا جـ = وتر / مقابل ، قا جـ = وتر / مجاور ، ظتا جـ = مجاور / مقابل

مثال ١: Δ أ ب ج فيه $\angle ب > 90^\circ$ قائمة ، أ ب = ٣ سم ، أ ج = ٥ سم
أوجد ظا أ ، جا (١٨٠ - أ) ، جا (٩٠ - ج) ، قتا (ج -)



الحل :-

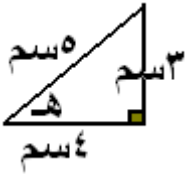
من فيثاغورس : (ب ج) = $\sqrt{أ ب^2 - ب ج^2}$ = $\sqrt{٣^2 - ٥^2}$ = ١٦ : أ ج = ٤ سم

$$\therefore \text{ظا أ} = \frac{ب}{أ} = \frac{٣}{٤} \quad ** \quad \text{جا (١٨٠ - أ)} = \text{جا أ} = \frac{ب}{ج} = \frac{٣}{٥}$$

$$\text{جا (٩٠ - ج)} = \text{جتا ج} = \frac{ب}{ج} = \frac{٣}{٥} \quad ** \quad \text{قتا (ج -)} = \text{قتا ج} = \frac{أ}{ب} = \frac{٥}{٣}$$

(٢) إذا كانت $\angle ه = 3^\circ$ حيث ه زاوية حادة فأوجد قيمة كلاً من
أ - جتا ه - جا ه ** ب - جتا ١٢٠ جا (١٨٠ - ه) + جا ٥١٠ جتا ه

الحل :-



$$\text{أ - المقدار} = \left(\frac{٣}{٥} \right) - \left(\frac{٤}{٥} \right) = \frac{٣}{٥} - \frac{٤}{٥} = -\frac{١}{٥}$$

$$\text{ب - جتا ١٢٠} = \text{جتا (١٨٠ - ٦٠)} = \text{جتا ٦٠} = \frac{١}{٢}$$

$$\text{جا (١٨٠ - ه)} = \text{جا ه} = \frac{٣}{٥} \quad ** \quad \text{جا ٥١٠} = \text{جا ١٥٠} = \frac{١}{٢}$$

$$\therefore \text{المقدار} = -\frac{١}{٥} \times \frac{١}{٢} + \frac{٣}{٥} \times \frac{١}{٢} = \frac{٢}{١٠} = \frac{١}{٥} \quad @$$

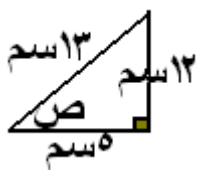
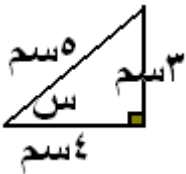
(٣) إذا كانت $\angle ظا س = 3^\circ$ حيث س $\in [٣٠^\circ, ٩٠^\circ]$ ، أ ج ص = ١٢ ، أ ج ط = ٢ ، حيث $٩٠^\circ < ص < ١٨٠^\circ$
فأوجد قيمة المقدار $\frac{\text{جتا (٩٠ - ص)} + \text{جتا س}}{\text{جتا ٤٥ - جتا ٦٠ ظا ٦٠}}$

الحل :-

لاحظ أن س تقع في الربع الثالث ، ص تقع في الربع الثاني [تذكر الإشارات]
 $\therefore \text{ظا (٩٠ - ص)} = \text{ظتا ص} = \frac{٥}{١٢}$ ، جا - س = جا س = $\frac{٣}{٥}$ ، جا - ص = جا س = $\frac{٣}{٥}$

$$\text{جتا ٤٥} = \left(\frac{١}{\sqrt{٢}} \right) = \frac{١}{\sqrt{٢}}$$

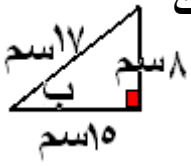
$$\therefore \text{المقدار} = \frac{\frac{١}{\sqrt{٢}} + \frac{٣}{٥} \times \frac{٥}{١٢}}{\frac{١}{\sqrt{٢}} \times \frac{٣}{٥} \times ٢ - \frac{١}{\sqrt{٢}}} = \frac{١٠}{١}$$



(٤) إذا كان ١٧ جاب $٨ =$ حيث $٩٠^\circ > ب > ١٨٠^\circ$ ، ٤ ظا $ج = ٣$ حيث $١٨٠^\circ > ج > ٢٧٠^\circ$.

فأوجد قيمة المقدار : $ظتا (ب - ١٨٠) \times قتا - ٣٣٠ + قا (ج - ١٨٠) \times جتا (- ٤٨٠)$.

الحل :- جاب $١٧ / ٨ =$ حيث $ب$ في الربع الثاني ، ، $ظا ج = ٤ / ٣$ ، $ج$ في الربع الثالث



$$\therefore ظتا (ب - ١٨٠) = - ظتا ب = - \frac{١٥}{٨} = \frac{١٥}{٨}$$

$$، قتا - ٣٣٠ = قتا - ٣٣٠ = قتا (٣٠ - ٣٦٠) = - قتا (٣٠) = ٢$$

$$، قا (ج - ١٨٠) = - قا ج = - \frac{٤}{٣}$$

$$، جتا (- ٤٨٠) = جتا ٤٨٠ = جتا ١٢٠ = - \frac{١}{٢}$$

$$\therefore \text{المقدار} = \frac{١٥}{٨} \times ٢ - \frac{٤}{٣} \times - \frac{١}{٢} = \frac{٨٣}{٢٠} \quad \#$$

تمرين :-

(١) Δ أ ب ج قائمة الزاوية في ب ، فيه أ ب = ٦ سم ، ب ج = ٨ سم
- أوجد ظا $(١٨٠ + أ)$ ، ، جتا $(٩٠ - ج)$ ، ، قا $(أ - أ)$ ، ، جتا $(١٨٠ + ج)$

(٢) إذا كانت ٣ ظا هـ = ٤ حيث هـ $\in [٠, ١٨٠]$
- فأوجد قيمة المقدار ٥ جتا هـ + ظا $(١٨٠ - هـ) + جتا ١٢٠ - ظا ٣١٥$

(٣) إذا كانت ٢٥ جاب + ٢٤ = ٠ حيث ب $\in [١٨٠, ٢٧٠]$
، ٥ ظا ج - ١٢ = صفر حيث ج أكبر زاوية موجبة
- فأوجد قيمة المقدار جا $(١٨٠ + ب) + جتا (- ١٨٠)$

(٤) إذا كانت جاس $= \frac{٤}{٥}$ حيث س أكبر زاوية موجبة

- فأوجد قيمة المقدار قتا $(١٨٠ - س) طاس - جتا (١٨٠ + س)$

(٥) باستخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة المقدار جتا ٢٠ + ظا ٤٢ - جا ٢٠٠

(٦) باستخدام الآلة أوجد قيمة المقدار حا ١٥ جا ١٥ - جتا ١٥ جتا ١٥

(٧) حل المعادلة جاس = ٢٣٤٥ و٠

مع أطيب و أرق الأمنيات للجميع بالنفوق ***

*** أ عطيت ممدوح الصعيدي ***