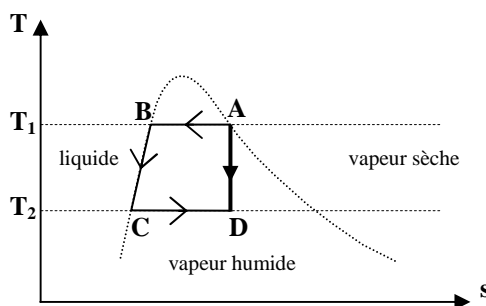


**Thermodynamique II – Sections A, B et C**  
**Contrôle d'évaluation 2 – mardi 12 juin 2012**

**Note : L'usage du téléphone portable est strictement interdit.**

Dans un cycle de machine à vapeur, la phase motrice est obtenue par une détente de la vapeur d'eau dans un cylindre fermé par un piston mobile. On néglige la dissipation ainsi que les frottements du piston contre les parois du cylindre. La détente dans le cylindre moteur est, en plus, suffisamment rapide de sorte que l'on néglige les échanges de chaleur avec l'extérieur. La transformation est alors adiabate et réversible.

Dans le diagramme T-s de la figure ci-contre, l'état initial (A) correspond à une vapeur saturée sèche à la température  $T_1 = 212\text{ °C}$  et à la pression  $P_1 = 20\text{ bar}$ , l'état final (D) correspond à une vapeur humide à la température  $T_2 = 100\text{ °C}$  et à la pression  $P_2 = 1\text{ bar}$ .



1°) On dispose des données suivantes :

- chaleur latente massique de vaporisation à  $T_1 = 212\text{ °C}$  :  $\ell_{\text{vap1}} = 1892\text{ kJ.kg}^{-1}$  ;
- chaleur latente massique de vaporisation à  $T_2 = 100\text{ °C}$  :  $\ell_{\text{vap2}} = 2258\text{ kJ.kg}^{-1}$  ;
- chaleur massique de l'eau supposée constante :  $c = 4,18\text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ .

a - En envisageant le chemin ABCD indiqué sur le diagramme T-s ci-dessus, calculer les variations d'entropies massiques  $\Delta s_{AB}$ ,  $\Delta s_{BC}$  et  $\Delta s_{CD}$ .

b - Montrer que l'expression du titre en vapeur  $x_D$  s'écrit : 
$$x_D = \frac{T_2}{\ell_{\text{vap2}}} \left[ \frac{\ell_{\text{vap1}}}{T_1} + c \ln \frac{T_1}{T_2} \right].$$

c- Calculer la valeur du titre en vapeur  $x_D$  et déduire l'enthalpie massique  $h_D$  du mélange à l'état final (D).

2°) On dispose maintenant des tables thermodynamiques ci-dessous donnant l'état de saturation de l'eau à  $P = 20\text{ bar}$  et à  $P = 1\text{ bar}$ .

P (bar)	T (°C)	Liquide saturé		Vapeur saturée	
		$h'$ (kJ.kg <sup>-1</sup> )	$s'$ (kJ.K <sup>-1</sup> .kg <sup>-1</sup> )	$h''$ (kJ.kg <sup>-1</sup> )	$s''$ (kJ.K <sup>-1</sup> .kg <sup>-1</sup> )
20	212	909	2,45	2801	6,35
1	100	418	1,30	2676	7,36

La transformation AD étant isentrope, exprimer le titre en vapeur  $x_D$  en fonction des entropies massiques et calculer sa valeur. En déduire l'enthalpie massique  $h_D$  du mélange à l'état final (D).

3°) Comparer les valeurs de  $x_D$  et  $h_D$  obtenues respectivement dans les questions 1-c et 2. Conclure.

4°) En réalité, la détente d'un fluide s'accompagne toujours d'une dissipation d'énergie. En se plaçant dans les mêmes conditions de température et de pression définies précédemment, et en supposant que la détente de la vapeur d'eau reste adiabate entre l'état initial (A) et le nouvel état final (D'), représenter qualitativement sur le diagramme T-s l'allure de la transformation AD' et expliquer.

**Corrigé :**

$$\Delta s_{\text{cycle}} = \Delta s_{AB} + \Delta s_{BC} + \Delta s_{CD} + \Delta s_{DA} = 0$$

$$\Delta s_{AB} = s_B - s_A$$

$$\Delta s_{BC} = s_C - s_B$$

$$\Delta s_{CD} = s_D - s_C$$

$$\Delta s_{DA} = s_A - s_D = 0 \text{ (la transformation AD est isentrope)}$$

$$\rightarrow \Delta s_{CD} = -\Delta s_{AB} - \Delta s_{BC} \quad \rightarrow \quad s_D - s_C = (s_A - s_B) + (s_B - s_C)$$

$$\Delta s_{AB} = s_B - s_A = -\frac{\ell_{\text{vap1}}}{T_1}$$

$$\Delta s_{BC} = s_C - s_B = \int_{T_1}^{T_2} \frac{\delta q}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c \, dT}{T} = c \ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right)$$

$$\Delta s_{CD} = -\Delta s_{AB} - \Delta s_{BC} \quad \rightarrow \quad s_D - s_C = (s_A - s_B) + (s_B - s_C)$$

$$\rightarrow \quad s_D - s'(T_2) = [s''(T_1) - s'(T_1)] + [s'(T_1) - s'(T_2)]$$

$$\rightarrow \quad s_D - s'(T_2) = \frac{\ell_{\text{vap1}}}{T_1} + c \ln \frac{T_1}{T_2}$$

$$s''(T_1) - s'(T_1) = \frac{\ell_{\text{vap1}}}{T_1}$$

$$s'(T_1) - s'(T_2) = c_p \ln \frac{T_1}{T_2}; \quad c_p = c: \text{liquide}$$

$$s''(T_2) - s'(T_2) = \frac{\ell_{\text{vap2}}}{T_2}$$

$$x_D = \frac{s''(T_1) - s'(T_2)}{s''(T_2) - s'(T_2)} = \frac{T_2}{\ell_{\text{vap2}}} \left[ \frac{\ell_{\text{vap1}}}{T_1} + c \ln \frac{T_1}{T_2} \right]$$

$$1^\circ) \mathbf{a)} \quad x_D = \frac{s_D - s_C}{s_E - s_C} = \frac{s_A - s_C}{s_E - s_C} = \frac{s''(T_1) - s'(T_2)}{s''(T_2) - s'(T_2)} = \frac{6,35 - 1,30}{7,36 - 1,30} = 0,833.$$

$$h_D = h'(T_2) + [h''(T_2) - h'(T_2)] \cdot x_D = 418 + [2676 - 418] \cdot 0,833 = 2299 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$$

$$s_A - s_C = \frac{h_D - h_C}{T_2} \quad \rightarrow \quad h_D = T_2 \cdot [s_A - s_C] + h_C = T_2 \cdot s''(T_1) - s'(T_2) + h'(T_2)$$

$$\rightarrow \quad h_D = 373 \cdot [6,35 - 1,30] + 418 = 2302 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}.$$